



Sélection Préparation à l'OFM 2026
Mercredi 01 Octobre 2025 || Durée 03h

Notes importantes : L'épreuve est constituée de 8 exercices répartis en quatre thèmes. Les premiers exercices par thème sont notés sur 4pts et les seconds sur 6pts. Le candidat est invité à justifier rigoureusement toute ou partie de solution. Une attention sera accordée à toute rédaction, même inachevée. N'hésitez donc pas à écrire vos idées... Par ailleurs, chaque candidat doit préciser le nom de son GROUPE, ses NOMS et PRÉNOMS, sa DATE de NAISSANCE (xx/xx/20..), son ÉTABLISSEMENT, sa CLASSE et sa VILLE.

A-Algèbre

A.1 Trouver tous les couples (x, y) tels que :
$$\begin{cases} x + y^2 = y^3 \\ y + x^2 = x^3 \end{cases}$$

A.2 Le polynôme $P(x)$ de degré n vérifie $P(i) = \frac{1}{i+1}$ pour $i = 0, 1, \dots, n$. Trouver $P(n+1)$.

T-Théorie des nombres

T.1 Déterminer tous les couples (a, b) d'entiers naturels tels que $2^{2a} - 3^{2b} = 55$

T.2 Soit une suite $(a_n)_n$ avec $a_1 = 1$ et $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{a_n}$. Démontrer que $a_{100} < 15$

G-Géométrie

G.1 Dans un trapèze ABCD où AB est parallèle à CD, $AB = 4$ et $CD = 10$. Supposons que les diagonales AC et BD se coupent à angle droit, et que les droites BC et DA, prolongées jusqu'au point Q, forment un angle de 45° . Calculer l'aire du trapèze ABCD.

G.2 Si $a, b, c > 0$ sont les côtés d'un triangle, trouvez la valeur minimale de

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{c} - \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}}.$$

C-Combinatoire

C.1 Combien y'a-t-il de possibilités de distribuer 5 biscuits à trois enfants de manière à ce que chaque enfant ait au moins 1 biscuit (les biscuits sont numérotés de 1 à 5) ?

C.2 Ann et Bob jouent à un jeu. Ann écrit un polynôme $P(x)$ de degré 10. À chaque tour, Bob donne 10 nombres distincts, puis Ann prend l'un de ces nombres, calcule la valeur du polynôme et la donne à Bob (sans préciser lequel). De combien de tours Bob a-t-il besoin pour trouver le polynôme d'Ann ?